Analisi di frequenza regionale dei massimi annui di precipitazione in Sardegna tramite gli L-momenti

imati **Antonella Bodini** **Erika Entrade**

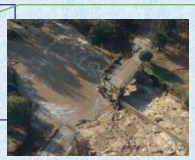
Istituto di Matematica Applicata e Tecnologie Informatiche (CNR-IMATI) Milano

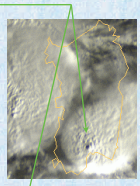
Q. Antonio Cossu

Agenzia Regionale per la Protezione dell'Ambiente della Sardegna, Sassari

Alluvione di Firenze – 1966 (www.centrometeolombardo.com)

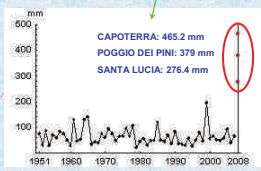
IL PROBLEMA. La stima di quanto spesso un evento raro, come un ***evento estremo climatico***, possa verificarsi in una certa località è resa difficoltosa dall'**insufficienza dei dati**. **Obiettivo dell'analisi di frequenza regionale è trovare buone stime anche in questo caso, aumentando i dati a disposizione da località diverse, ma opportune.**





Alluvione di Capoterra (CA) 2008

IL LAVORO. **Si presentano i risultati di un'analisi regionale di frequenza dei massimi annui di precipitazione giornaliera in Sardegna, condotta secondo l'approccio basato sugli L-momenti**, [1].



L'ANALISI DI FREQUENZA REGIONALE. Si indichi con Q la quantità di interesse (positiva) e con F(x) la probabilità di non eccedenza: **$F(x)=Pr(Q \le x)$.** Supposto che Q sia misurata ad intervalli di tempo regolari, **il quantile z_T con periodo di ritorno T (in unità di tempo) è un evento che ha probabilità 1/T** di essere superato, cioè un evento atteso in media una volta ogni T unità di tempo. Sotto ipotesi di regolarità per la funzione F, si ha: **$z_T = F^{-1}(1-T^{-1})$.**

In un approccio di tipo ***index-flood***, se una regione è omogenea, le distribuzioni di frequenza F_i nei siti differiscono l'una dall'altra solo per un fattore di scala (valore indice o *index-flood*): $Q_i = \mu_i Q$ ove Q_i indica la quantità di interesse misurata nel sito i-mo. Si ha allora: **$F_i^{-1}(1-T^{-1}) = \mu_i F^{-1}(1-T^{-1})$** e tutti i dati, scalati, della regione possono essere usati per stimare F. La curva **F^{-1} è detta *curva di crescita regionale*.** Usualmente μ_i è stimato con la media nel sito i-mo.

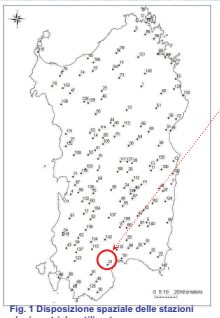


Fig. 1 Disposizione spaziale delle stazioni pluviometriche utilizzate.

I DATI. Serie storiche giornaliere provenienti da **144 stazioni** pluviometriche del Servizio Idrografico Nazionale e relative al periodo **1951-1999**. Le stazioni hanno **almeno 40 anni di dati completi** e non presentano lunghi intervalli consecutivi di anni mancanti.

L-MOMENTI. Sia $\beta_k = E[Q\{F(Q)\}^k]$. Si definisce **L-mom. di ordine r** la quantità $\lambda_{r+1} = \sum \{p_{r,k}\, \beta_k : k = 0, \ldots, r\}$ ove $p_{r,k}=(-1)^{r-k}\ (r+k)!\ /\ [(k!)^2\ (r-k)!]$. Si ha

$\lambda_1=E[Q]$; $\tau_3 = \lambda_3 / \lambda_2$ **L-skewness**; $\tau_4 = \lambda_4 / \lambda_2$ **L-kurtosis** e $\tau = \lambda_2 / \lambda_1$ **coeff. di L-variazione**.

Stime dal campione riordinato $x(1) \le x(2) \le \ldots \le x(n)$: $\ell_{r+1} = \sum\{p_{r,k}\, b_k : k = 0, \ldots, r\}$ ove $b_r = n^{-1}\sum\{(j-1)(j-2)\ldots(j-r) / [(n-1)(n-2)\ldots(n-r)]\, x(j) : j = 1, \ldots, n\}$.
e $t = \ell_2 / \ell_1$, $t_r = \ell_r / \ell_2$ per $r = 3, 4$

N = n. siti in una regione; n_i = n. di dati al sito i-mo. $t^{(i)}$ stima campionaria di τ al sito i-mo: **valore regionale di t** : $t^{(R)} = \sum_i n_i\, t^{(i)} / \sum_i n_i$. Analog. per $t_3^{(R)}$ e $t_4^{(R)}$.

IL METODO DEGLI L-MOMENTI. **1. Screening dei dati.** Se $D_i = 1/3(u_i - u)^T S^{-1}(u_i - u)\ N/(N-1) > 3$ $u_i = [t^{(i)}\ t_3^{(i)}\ t_4^{(i)}]^T$, $S=(N-1)^{-1}\sum_i(u_i - u)(u_i - u)^T$ sito i-mo discordante (da verificare ed eventualmente eliminare).

2. Verifica dell'omogeneità della regione R tramite **confronto tra la dispersione degli L-mom. campionari** e l'atteso se il gruppo formasse una sotto-regione omogenea, ottenuto dalla simulazione di un elevato numero di sotto-regioni, omogenee per costruzione, con le stesse dimensioni di quella analizzata e con una distribuzione comune avente gli L-momenti pari a quelli regionali. **$H = (V_R - \mu_V) / \sigma_V$** ove $V_R = [\sum_i \{ n_i\, (t^{(i)} - t^{(R)})^2 ;\ i=1, \ldots, N\} / n]^{1/2}$ è calcolato per la regione da verificare e **μ_V** e **σ_V** sono media e dev. std. dei valori di V calcolati per ogni regione omogenea simulata.

H < 1	R accettabilmente omogenea
1 ≤ H < 2	R eventualmente eterogenea
H > 2	R certamente eterogenea

Confronto con analisi precedente, [2]

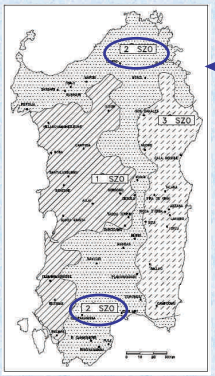


Fig. 2 Sotto-zone (SZO) secondo l'analisi di Deidda et al. (2000).

Sul periodo 1951-2000, **la sottozona 2 risulta *eterogenea*** (H = 3.3)

Nuova classificazione delle stazioni.

La contiguità spaziale non è requisito necessario.

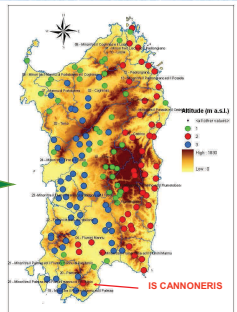


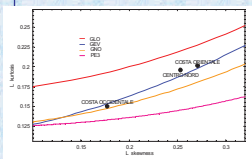
Fig. 3 Nuova definizione di sotto-zone omogenee, secondo gli L-momenti.

CONCLUSIONI E RIFERIMENTI.

L'analisi regionale di frequenza qui riportata presenta risultati complessivamente coerenti con quelli ottenuti da approcci diversi per lo studio degli eventi estremi. La maggiore novità è rappresentata da una suddivisione del territorio in aree anche non geograficamente ben delimitate. In questo modo è stato possibile anche isolare stazioni con caratteristiche di piovosità marcatamente diverse dalle stazioni circostanti (p. es., Is Cannoneris, in Fig. 3). Per il completamento dell'analisi resta da svolgere:
- la ricerca approfondita delle caratteristiche unificanti le aree individuate, anche attraverso l'attribuzione di stazioni con base dati ridotta alle tre sotto-regioni;
- l'analisi ad una inferiore scala temporale d'evento (dai 5 minuti all'ora).

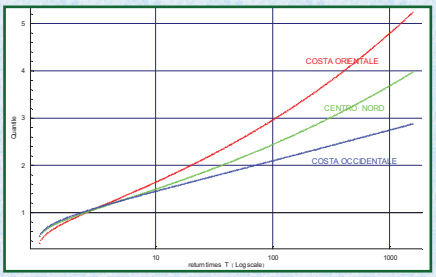
[1] J. R. M. Hosking, J. R. Wallis (1997) - *Regional Frequency Analysis*. Cambridge University Press.
[2] R. Deidda, E. Piga, G.M. Sechi (2000) - *Analisi regionale di frequenza delle precipitazioni intense in Sardegna*, L'Acqua, 5, 29-38.
[3] A. Bodini, E. Entrade, Q.A. Cossu (2010) - Analisi di frequenza regionale dei massimi annui di precipitazione in Sardegna tramite gli L-momenti. Rapporto Tecnico 10-05, CNR IMATI Milano.

3. La **scelta del modello** si ottiene per confronto dei valori regionali dei coefficienti di **L-skewness ed L-kurtosis** con gli andamenti teorici per le distribuzioni principali per descrivere gli eventi estremi (Lognormale, Pearson tipo III, GEV,Logistica). Per le tre sotto-regioni identificate la distribuzione **GEV** fornisce il miglior adattamento ai dati.



I parametri della distribuzione GEV vengono stimati uguagliando le espressioni teoriche degli L-mom. alle stime campionarie. A destra, le curve di crescita stimate. Per i dettagli, [3].

CURVE DI CRESCITA REGIONALE (F^{-1}) STIMATE



Ricerca svolta nell'ambito della Convenzione tra ARPA- Sardegna e CNR-IMATI (2009-2010) nell'ambito del Programma Operativo di Cooperazione Transfrontaliera Italia-Francia "Marittimo" .